

Interrogation rapide n° 6

1 heure

Barème :

	Cours	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	BONUS
Total	7	2	5	6	2

I Questions de cours

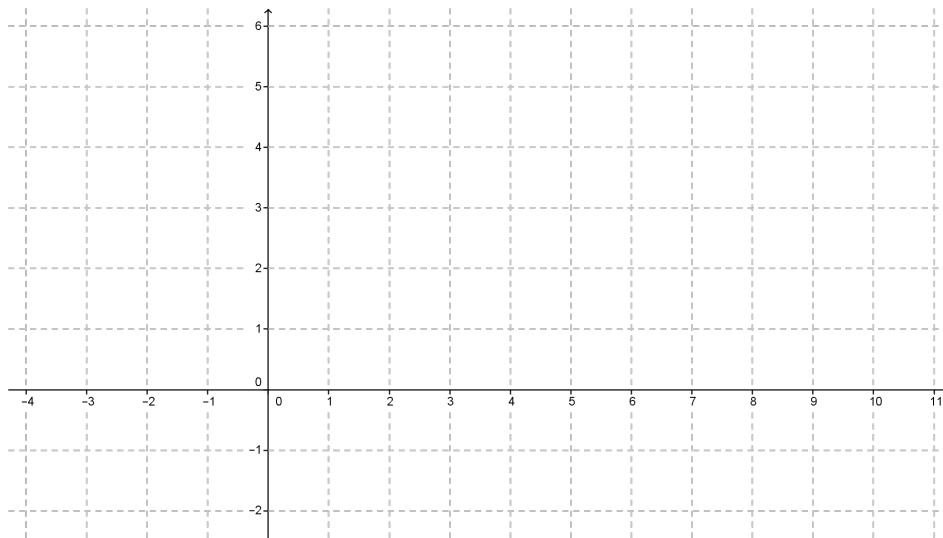
1. Donner la propriété reliant deux termes d'une suite arithmétique.
2. Donner la propriété reliant deux termes d'une suite géométrique.
3. Démontrer la propriété donnant la somme des $n + 1$ termes d'une suite arithmétique.

II Exercices

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $r = -\frac{1}{2}$.

Donner sa forme explicite, puis représenter cette suite sur le graphique ci-dessous.



Exercice 2

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison r . On sait que $u_5 = 20$ et $u_{11} = -24$.

1. Calculer la raison.
2. En déduire u_{100} .
3. Calculer la somme $S = \sum_{k=1}^{25} u_k$

Exercice 3

Des algues prolifèrent dans un étang. Pour s'en débarrasser, le propriétaire installe un système de filtration.

En journée, la masse d'algues augmente de 2%, puis à la nuit tombée, le propriétaire actionne pendant une heure le système de filtration qui retire 100 kg d'algues. On admet que les algues ne prolifèrent pas la nuit.

Le propriétaire estime que la masse d'algues dans l'étang au matin de l'installation du système de filtration est de 2 000 kg.

On modélise par a_n la masse d'algues dans l'étang, exprimée en kg, après utilisation du système de filtration pendant n jours ; ainsi, $a_0 = 2\,000$. On admet que cette modélisation demeure valable tant que a_n reste positif.

1. Vérifier par le calcul que la masse a_2 d'algues après deux jours de fonctionnement du système de filtration est de 1 878,8 kg.
2. On affirme que pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 1,02a_n - 100$.
Justifier à l'aide de l'énoncé la relation ci-dessus.
3. On considère la suite (b_n) définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$b_n = a_n - 5\,000$$

- (a) Démontrer que la suite (b_n) est géométrique. Préciser son premier terme b_0 et sa raison.
 - (b) En déduire pour tout entier naturel n , une expression de b_n en fonction de n .
- 4.(a) Montrer que, pour tout entier naturel n , $a_n = 5\,000 - 3\,000 \times 1,02^n$.
(b) Déterminer le sens de variation de la suite (a_n) (on admettra que $2^n < 2^{n+1}$). Que peut-on en déduire concernant la prolifération des algues sur le long terme ?

BONUS :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2n$

1. Calculer u_0 , u_1 et u_2 .
2. Si (u_n) était une suite arithmétique, quelle devrait être sa raison ?
3. Calculer u_3 et en déduire que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.